Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado (2016)
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A ó B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *En una granja hay vacas y caballos. El veterinario contratado tiene la obligación de supervisar diariamente entre 4 y 8 vacas, y además entre 2 y 5 caballos. Además, el número de vacas supervisadas debe ser al menos el doble que el número de caballos supervisados. El veterinario tarda una hora en supervisar cada animal y trata de averiguar cuál es el tiempo mínimo diario que le permite cumplir todas las condiciones del contrato.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

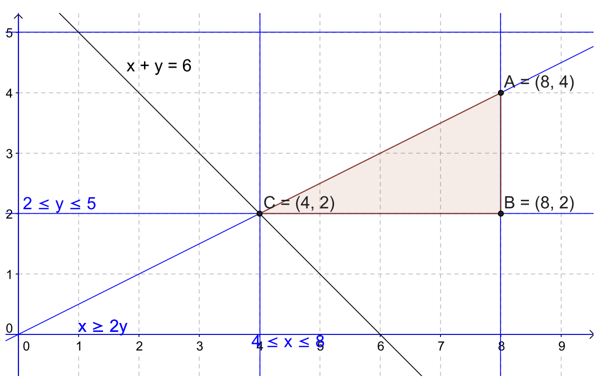
b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (0.5 ptos)

c) Halla el número de vacas y caballos que debe supervisar diariamente para cumplir las condiciones en un tiempo mínimo. (0.75 ptos)

Solución:

a) Llamando x a las vacas e y a los caballos, la función objetivo será: $Z = x + y$ (0.25 ptos)

b) Las restricciones del problema: $4 \leq x \leq 8$; $2 \leq y \leq 5$; $x \geq 2y \rightarrow y \leq \frac{1}{2}x$. 0.25 ptos por restricciones y 0.25 ptos por la gráfica



c) Donde A (8 , 4) ; B (8 , 2) ; C (4 , 2) (0.5 ptos por los vértices) y tenemos que Z (A) = 8 + 4 = 12

Z (B) = 8 + 2 = 10 ; Z (C) = 4 + 2 = 6 . Luego la solución es supervisar 4 vacas y 2 caballos, lo cual cumple las condiciones y lleva un tiempo mínimo, en concreto 6 horas. (0.25 ptos por óptimo)

2. *He comprado 5 kg de almendras, 3 kg de avellanas y 2 kg de cacahuetes, y he pagado por todo ello 98 euros. La diferencia entre el precio por kg de las avellanas y de los cacahuetes, es igual al precio por kg de las almendras. Si hubiera comprado 1 kg de cada fruto seco, hubieras pagado 32 euros.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el precio por kg de cada fruto seco. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Por cada ecuación bien planteada 0.5 ptos.

x = precio/kg de las almendras ; y = precio/kg de las avellanas ; z = precio/kg de los cacahuetes

$$\begin{array}{l} (I)\quad 5x + 3y + 2z = 98 \\ (II)\quad y - z = x \quad \rightarrow \quad -x + y - z = 0 \\ (III)\quad x + y + z = 32 \end{array}$$

b) Por la resolución correcta del sistema planteado 0.5 ptos.

La solución es: x = 6 euros /kg ; y = 16 euros /kg ; z = 10 euros /kg

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} -(x+3)^2 & si\ x < -3 \\ t, & si\ -3 \leq x \leq 3 \\ -(x-3)^2 & si\ x > 3 \end{cases}$

a) Halla el valor de t *para que* f *sea continua en* $x = 3$. *(0.5 ptos)*

b) Para $t = 2$, *representa gráficamente la función* f. *(1 pto)*

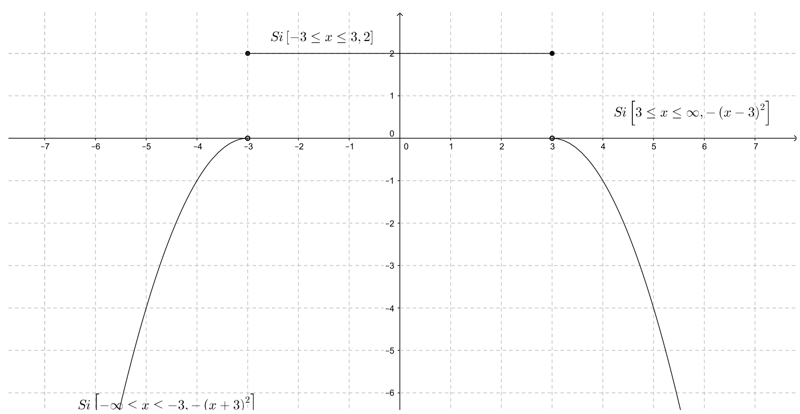
Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos)

Cálculo correcto del valor, t=0 (0.25 ptos)

b)



0.25 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 punto.

4. *De la función* $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ *sabemos que pasa por el punto (0,0) , que tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa 3 y que la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto vale -18. Con estos datos halla el valor de los parámetros a, b y c. (1.5 ptos)*

Solución:

Si la curva pasa por (0 , 0) , entonces c = 0 (0.25 ptos).

Para calcular a y b realizamos las derivadas primera y segunda:

$f'(x) = 4ax^3 + 2bx \quad \rightarrow \quad f'(3) = -18 \quad \rightarrow \quad 108a + 6b = -18 \quad (I)$(0.25 ptos)

$f''(x) = 12ax^2 + 2b \quad \rightarrow \quad f''(3) = 0 \quad \rightarrow \quad 108a + 2b = 0 \quad (II)$ (0.25 ptos)

$(I) - (II) \quad \rightarrow \quad 4b = -18 \quad \rightarrow \quad b = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2} \quad \rightarrow \quad a = \frac{9}{108} = \frac{1}{12}$

Plantear sistema (0.25 ptos) por el valor de a (0.25 ptos) y por el valor de b (0.25 ptos)

Luego la función buscada es: $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{9}{2}x^2$

5. *De un total de 80 alumnos de un instituto que se han presentado a la PAEG, 6 no han aprobado la PAEG.*

a) Calcula la probabilidad de que un alumno de ese instituto elegido al azar haya aprobado la PAEG. (0.25 ptos)

b) Calcula la probabilidad de que si seleccionamos tres alumnos distintos al azar de este instituto, ninguno resulte suspenso. (0.5 ptos)

c) Si elegimos cuatro alumnos distintos al azar y el primero y el segundo han suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que el tercero y el cuarto sean suspensos? (0.75 ptos)

Solución:

A=Aprobado; S=suspenso

a) $P(A) = 74/80 = 0{,}925$ (0.25 ptos)

b) P(3 aprobado)= $P(1A) * P(2A/1A) * P(3A/(1A \cap 2A)) = 74/80 * 73/79 * 72/78$ =0.7889971. (0.5 ptos)

c) Sea 1S=primero suspenso; 2S=segundo suspenso; 3S= tercero aprobado; 4S= cuarto aprobado

$P(3S \cap 4S/(1S \cap 2S)) = 4/78 * 3/77$ =0.001998002. (0.75 ptos)

6. *El gasto en electricidad por hogar y año sigue una distribución normal con media desconocida. Se elige una muestra aleatoria de 10 hogares y se observa que el gasto para los hogares de esta muestra (en euros) es: 828, 687, 652, 650, 572, 769, 860, 681, 589 y 755. Según la compañía eléctrica el gasto por hogar y año tiene una desviación típica $\sigma = 100$ euros.*

a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional del gasto en electricidad por hogar y año, con un nivel de confianza del 97 %. (1 pto)

b) ¿Aceptarías con un nivel de confianza del 97 % que la media poblacional es μ= 800 euros? ¿Y con un nivel de significación igual a 0.09? Razona tus respuestas. (1 pto)

Solución:

a)

$\bar{x}$=704.3 euros, $n = 10$, $\sigma\ =\ 100$ euros. 1- α $= 0{,}95$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=2.17 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x}\ -\ Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x}\ +\ Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (704.3 - 2.17$\frac{100}{\sqrt{10}}$, 704.3+ 2.17 $\frac{100}{\sqrt{10}}$) =(635.6786, 772.9214) (0.5 ptos)

b) No, ya que 800$\notin$ (635.6786, 772.9214) (0.5 ptos)

Con un nivel de confianza del 91 % disminuiría más la amplitud del intervalo luego tampoco estaría dentro del intervalo. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Propuesta B

1. *Dadas las matrices:* $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ *y* $B = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ k & -6 \end{pmatrix}$

Determina el valor que debe tomar el parámetro k para que ambas matrices conmuten; es decir: $A \cdot B = B \cdot A$. *(1.5 ptos).*

Solución:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -12 - k & 0 \\ -4 + 2k & -14 \end{pmatrix} \qquad B \cdot A = \begin{pmatrix} -14 & 0 \\ 3k - 6 & -k - 12 \end{pmatrix}$$

Por hacer bien las dos multiplicaciones de matrices (1 pto)

Si conmutan debe cumplirse: -12 - k = -14 ; -4 +2k = 3k - 6 ; - k - 12 = - 14

En todos los casos el resultado es k = 2. Por el valor de k correcto (0.5 ptos)

2. *Hemos gastado 7000 euros en comprar 85 acciones de la empresa A, 100 acciones de la empresa B y 70 acciones de la empresa C. El valor de una acción de la empresa C es el doble que el de una acción de la empresa A. El valor de una acción de la empresa B supera en 5 euros al de una acción de la empresa A.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el valor de una acción de cada una de las empresas mencionadas. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Por cada ecuación bien planteada 0.5 ptos.

x = valor de una acción de A. ; y = valor de una acción de B. ; z = valor de una acción de C.

$$\begin{array}{l} (I)\ \ 85x + 100y + 70z = 7000 \\ (II)\ \ z = 2x \ \rightarrow\ -2x + z = 0 \\ (III)\ \ x + 5 = y \ \rightarrow\ x - y = -5 \end{array}$$

b) Por la resolución correcta del sistema planteado 0.5 ptos.

La solución es: x = 20 euros ; y = 25 euros ; z = 40 euros .

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} (x-t)^2 & si\ x \leq 0 \\ (x+t)^3 - x & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ *es continua en* $x = 0$*? (0.5 ptos)*

b) Para $t = 0$*, calcula los extremos relativos de la función* $f(x)$ *en el intervalo* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

c) Para $t = 0$*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función* $f(x)$ *en* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

Solución: